Colegio España
Concepción 2020
Profesora Karinna Linares Avello

# Guía de Aprendizaje N°4
# Sistema de Inecuaciones
# Cuarto Medio

| Nombre: | Curso: | Fecha: |
|---|---|---|

**Aprendizajes Esperados:**
(AE 02) Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

**Importante:** No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla en tu cuaderno o estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico karinna@cesp.cl

## INECUACIONES LINEALES

Una relación entre números o letras en que se usan los signos <, >, ≤ o ≥ se llama **desigualdad**.

Cuando una desigualdad presenta una incógnita se denomina **inecuación** y su valor de verdad (verdadero o falso) dependerá del valor que se le asigna a la incógnita. Para resolver inecuaciones es necesario conocer las propiedades de las desigualdades.

**PROPIEDAD 1:** Si a los dos miembros de una desigualdad se le suma un mismo número, el sentido de la desigualdad **no cambia.**

**Si a, b, c son números reales y $a < b$, entonces $a + c < b + c$**

**PROPIEDAD 2:** Si los dos miembros de una desigualdad se **multiplican** por un mismo **número positivo**, el sentido de la desigualdad **no cambia.**

**Si a, b, c son números reales tales que $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$**

**PROPIEDAD 3:** Si los dos miembros de una desigualdad se **multiplican** por un mismo **número negativo**, el sentido de la desigualdad **cambia.**

**Si a, b, c son números reales tales que $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$**

**PROPIEDAD 4:** Si de los miembros de una desigualdad, ambos positivos o ambos negativos, se consideran sus recíprocos la desigualdad **cambia.**

**Si $0 < a < b$ o $a < b < 0$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$**

**EJEMPLOS**

1. Si **a**, **b** y **c** son números reales, con $b > c > a$ y $c \neq 0$, ¿cuál de las siguientes desigualdades es verdadera?

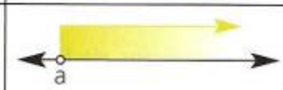
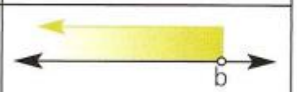
A) $b - a < c - a$
B) $a + c > c + b$
C) $b - 10 < a - 10$
D) $a - 10 > a - c - (10 - c)$
E) $c - b > a - b$

2. Si $0 < a < 1$, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $a^2 < 0$
B) $a^3 > a^2$
C) $0 > -a^2$
D) $-a^3 - a^2 > 0$
E) $a(a + 1) < 0$

# INTERVALOS DE NÚMEROS REALES

Dados dos números $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, se llama **intervalo de números reales** a los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$.

| Tipos de intervalos | Notación | Conjunto | Representación gráfica |
|---|---|---|---|
| Intervalo cerrado | $[a, b]$ | $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$ |  |
| Intervalo abierto | $]a, b[$ | $\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$ |  |
| Intervalo semiabierto | $[a, b[$ | $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$ |  |
| | $]a, b]$ | $\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$ |  |
| Intervalo no acotado | $[a, +\infty[$ | $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x\}$ |  |
| | $]a, +\infty[$ | $\{x \in \mathbb{R} / a < x\}$ |  |
| | $]-\infty, b]$ | $\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$ |  |
| | $]-\infty, b[$ | $\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$ |  |

**Simbología.**
$+\infty$: infinito positivo.
$-\infty$: infinito negativo

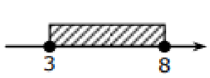
Ejemplo:
El intervalo semiabierto $]-8, 6]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que -8 y menores o iguales a 6.


**EJEMPLOS**

1. La gráfica   IR, representa el conjunto solución de

   A) {x ∈ IR / -1 < x < 2}
   B) {x ∈ IR / -1 < x ≤ 2}
   C) {x ∈ IR / -1 ≤ x < 2}
   D) {x ∈ IR / -1 ≤ x ≤ 2}
   E) {x ∈ IR / x ≤ 2}

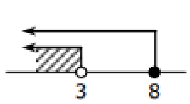
2. La representación gráfica del conjunto solución de la inecuación, que cumple con x ≤ 8 y x > 3 es

   A) 
   

   B) 
   

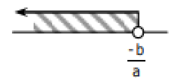
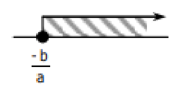
   C) 
   

   D) 
   

   E) 
   

## INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Son desigualdades que se pueden reducir a una de las formas siguientes: $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$ ó $ax + b < 0$, con $a \neq 0$, y que son verdaderas para un conjunto de valores de la incógnita $x$, el cuál se llama **conjunto solución** de la inecuación. Este conjunto se puede representar mediante la notación de conjunto, intervalo o gráfica.
Al despejar la incógnita en una inecuación lineal, se llega a una de las siguientes situaciones:

| Inecuación | Conjunto Solución | Representación Gráfica |
|---|---|---|
| $x < \frac{-b}{a}$ | $S = \left]-\infty, \frac{-b}{a}\right[$ |  |
| $x \leq \frac{-b}{a}$ | $S = \left]-\infty, \frac{-b}{a}\right]$ |  |
| $x > \frac{-b}{a}$ | $S = \left]\frac{-b}{a}, +\infty\right[$ |  |
| $x \geq \frac{-b}{a}$ | $S = \left[\frac{-b}{a}, +\infty\right[$ |  |

**Ejemplo**
El conjunto solución de $2x + 5 > 1$ es el intervalo $]-2, +\infty]$, pues:

$2x + 5 > 1$

$2x > -4$

$\boxed{x > -2}$


**EJEMPLOS**

1. La inecuación $3x + 11 > -1$ tiene como conjunto solución

   A) $\{x \in IR / x > -4\}$
   B) $\{x \in IR / x < 4\}$
   C) $\{x \in IR / x < -6\}$
   D) $\{x \in IR / x < 6\}$
   E) $\{x \in IR / x > 6\}$

2. La inecuación $3(x - 1) > 2(x + 2)$ tiene como conjunto solución

   A) $\{x \in IR / x < 7\}$
   B) $\{x \in IR / x > 7\}$
   C) $\{x \in IR / x > 1\}$
   D) $\{x \in IR / x < -7\}$
   E) $\{x \in IR / x > -1\}$

3. La inecuación $3x + 1 \geq 2(x - 1) - (2 - x)$, tiene como conjunto solución

   A) $\{x \in IR / x \geq 1\}$
   B) $\{x \in IR / x \leq 4\}$
   C) $\left\{x \in IR / x \geq -\frac{5}{2}\right\}$
   D) IR
   E) $\varnothing$

4. La solución de la inecuación $4x - 1 \geq 2(x - 1)$ es

   A) $\{x \in IR / x \geq -2\}$
   B) $\left\{x \in IR / x \geq -\frac{1}{2}\right\}$
   C) $\left\{x \in IR / x \leq -\frac{1}{2}\right\}$
   D) $\{x \in IR / x \geq 2\}$
   E) $\{x \in IR / x \leq 2\}$

5. El intervalo que es conjunto solución de la inecuación $\frac{3-x}{2} \leq \frac{5-x}{3}$ es

A) $]1, +\infty[$
B) $]-\infty, 1]$
C) $[1, +\infty[$
D) $[-1, +\infty[$
E) $]-\infty, -1]$

6. ¿Cuál es el menor número entero que es solución de la inecuación $\frac{1-x}{4} \leq \frac{2-x}{7}$?

A) 5
B) 3
C) 1
D) 0
E) -1

## EJERCICIO RESUELTO

$$\frac{11x-33}{x-4} \geq 9$$

Para resolver se utilizan las propiedades de las desigualdades:

$$\frac{11x-33}{x-4} \geq 9 \;\blacktriangleright\; \frac{11x-33}{x-4} - 9 \geq 0 \;\blacktriangleright\; \frac{11x-33-9x+36}{x-4} \geq 0 \;\blacktriangleright\; \frac{2x+3}{x-4} \geq 0$$

Adición de dos fracciones con distinto denominador

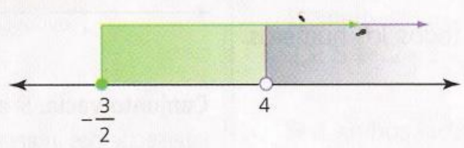
Existen dos casos, para que esta desigualdad se cumpla:

Recuerda que: $+/+ = +$

**Numerador y denominador positivos**

$2x + 3 \geq 0$ y $x - 4 > 0$

$x \geq -\frac{3}{2}$ y $x > 4$

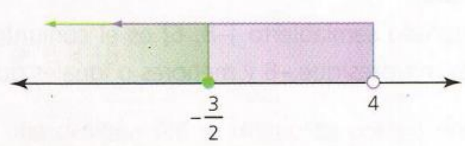



La solución está dada por: $S_1 = ]4, +\infty[$.

**Numerador y denominador negativos**

$2x + 3 \leq 0$ y $x - 4 < 0$

$x \leq -\frac{3}{2}$ y $x < 4$

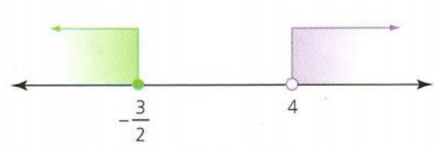



La solución está dada por: $S_2 = \left]-\infty, -\frac{3}{2}\right]$

Recuerda que: $-/- = +$

Luego, la solución final se obtiene uniendo las soluciones encontradas en cada caso.

$S = S_1 \cup S_2 = \left]-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup ]4, +\infty[$ ▶




## INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

- Si $|x| \leq b$, entonces $-b \leq x \leq b$. Esto se puede representar gráficamente como


- Si $|x| \geq b$, entonces $x \geq b$ o $x \leq -b$. Esto se puede representar gráficamente como

- **Inecuaciones de la forma $|ax + b| \leq c$.** Para resolver este tipo de inecuaciones se puede proceder de la siguiente manera:
Si $|ax + b| \leq c$, entonces se debe cumplir que $-c \leq ax + b \leq c$.
Luego, se plantean las inecuaciones $ax + b \leq c$ y $ax + b \geq -c$. Al resolver estas inecuaciones se obtiene un conjunto de soluciones para cada una, $S_1$ y $S_2$. El conjunto solución $S$ de la inecuación $|ax + b| \leq c$ está dado por la intersección de $S_1$ y $S_2$, es decir $S = S_1 \cap S_2$.
- **Inecuaciones de la forma $|ax + b| \geq c$.** Para resolver este tipo de inecuaciones se puede proceder de la siguiente manera:
Si $|ax + b| \geq c$, entonces se debe cumplir que $ax + b \geq c$, o bien $ax + b \leq -c$. Al resolver estas inecuaciones se obtiene un conjunto de soluciones para cada una, $S_1$ y $S_2$. El conjunto solución $S$ de la inecuación $|ax + b| \geq c$ está dado por la unión de $S_1$ y $S_2$, es decir, $S = S_1 \cup S_2$.

## Ejercicio resuelto

**1. Resolver la inecuación $\left|\frac{2x}{3} - 5\right| \leq 4$.**

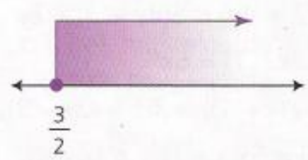
Para que se cumpla la inecuación debe ocurrir que $\frac{2x}{3} - 5 \leq 4$ y $\frac{2x}{3} - 5 \geq -4$.

Resolviendo cada inecuación, se tiene:

$$\frac{2x}{3} - 5 \leq 4 \;\blacktriangleright\; 2x - 15 \leq 12 \qquad 2x \leq 27 \qquad x \leq \frac{27}{2}$$


La solución está dada por: $S_1 = \left]-\infty, \frac{27}{2}\right]$.

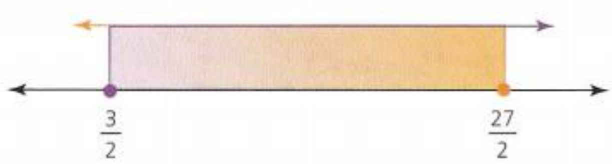
$$\frac{2x}{3} - 5 \geq -4 \;\blacktriangleright\; 2x - 15 \geq -12 \qquad 2x \geq 3 \qquad x \geq \frac{3}{2}$$




La solución está dada por: $S_2 = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$.

Luego, la solución final está dada por: $S = S_1 \cap S_2$, lo que corresponde a:

$$S = S_1 \cap S_2 = \left[\frac{3}{2}, \frac{27}{2}\right] \;\blacktriangleright$$




ACTIVIDADES: Determinar el conjunto solución de cada una de las siguientes inecuaciones, expresándolo en intervalos.

a. $-4x + 3 \geq 0$

b. $3(1 - x) \leq 6$

c. $4x - 2(x - 3) \geq 0$

d. $3x - 5 < 2x - 1$

e. $4(x + 3) > 2x - 1$

f. $\frac{3}{4}(x - 1) < \frac{1}{2}(x + 2)$

g. $-\frac{x}{2} + \frac{1}{3} \geq \frac{3x}{2} + \frac{2}{3}$

h. $\frac{12x - 1}{-2} \geq \frac{12x - 1}{-2}$

i. $\frac{6 - 2x}{3 + x} > 2$

j. $\frac{5 + x}{5 - x} \leq -\frac{1}{5}$

k. $\frac{3x - 5}{2x + 4} \geq -\frac{2}{3}$

l. $\frac{x - 3}{5} + \frac{2x + 6}{2} \geq \frac{x}{4} - \frac{3x - 6}{2}$

m. $|x - 3| < 2$

n. $|x + 1| > 3$

ñ. $|x - 4| \leq 5$

o. $|x + 2| + 4 < 5$

p. $|x + 7| - 2 < 5$

q. $|1 - 4x| > 3$

r. $\left|\frac{x + 2}{-5}\right| \geq 1$

s. $\left|\frac{-3x}{7} - \frac{2}{11}\right| \geq 0$